

Aula 10 – Relatividade

Física 4

Ref. Halliday – Volume 4

Sumário

...RELATIVIDADE RESTRITA

- ✓ A relatividade das distâncias – Contração do Espaço
- ✓ Transformada de Lorenz
- ✓ A transformação das velocidades

Relembrando ...

Teoria da Relatividade Restrita (ou especial) ...

Descreve o movimento dos corpos/partículas movendo-se com qualquer velocidade, ou seja, inclusive para partículas movendo-se próximas à velocidade da luz!!!

Se analisarmos corpos movendo-se com velocidades baixas, é possível utilizar a mecânica newtoniana, a qual é na verdade um caso específico da Teoria da Relatividade para baixas velocidades;

Na Teoria Newtoniana, propõem o conceito de independência entre espaço e tempo (tempo é absoluto). O espaço-tempo na relatividade especial consiste de uma variedade diferenciável de 4 dimensões (x, y, z, t) ;

Relembrando ...

Teoria da Relatividade Restrita (ou especial) ...

Então, se fizermos a aproximação para baixas velocidades, os resultados são os mesmos da teoria Newtoniana!!!

O termo “especial” é usado porque ela é um caso particular do princípio da relatividade em que efeitos da gravidade são ignorados.

Teoria da Relatividade Especial é válida somente para referenciais inerciais;

Relembrando ...

Existe ainda a ...

Teoria da Relatividade Geral (não iremos estudar)

Se aplica a situações mais complexas na qual os referenciais podem sofrer aceleração gravitacional (referenciais não inerciais) – Obs.: não iremos estudar este assunto!

De maneira geral podemos dizer que é uma generalização da Teoria da gravitação de Newton, publicada em 1915 por Albert Einstein. A nova teoria leva em consideração as ideias descobertas na Relatividade restrita sobre o espaço e o tempo e propõe a generalização do princípio da relatividade do movimento para sistemas que incluam campos gravitacionais.

Relembrando ...

Para desenvolver sua teoria, Einstein propôs dois postulados:

1º Postulado (da Relatividade) – As Leis da Física são as mesmas para os observadores em todos os referenciais inerciais.

Em outras palavras, **não existe um referencial privilegiado;**

2º Postulado (da velocidade da luz) - A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais inerciais.

Ou seja, **na natureza existe uma velocidade limite c .**

...relembrando

Dois observadores em diferentes referenciais inerciais podem ter diferentes resultados para o mesmo evento observado. Lembre-se que não existe um referencial privilegiado! Assim, ambas respostas estarão corretas. Basta analisar a relatividade das medidas!

Simultaneidade não é um conceito absoluto, mas um **conceito relativo**, que depende do estado de movimento do observador.

A relatividade do tempo - **Dilatação do tempo**

Dilatação do tempo:
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

ou
$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

onde, o γ é o fator de Lorenz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

E se $v \ll c$, o que acontece?

e β é dado por:

$$\beta = \frac{v}{c} \leq 1$$

A Relatividade das Distâncias

Quando um corpo está se movendo, precisamos observar/medir simultaneamente (em nosso referencial) as coordenadas das extremidades do corpo para que o resultado de nossa medida seja válido.

Situação: Trem / plataforma

Em relação ao observador O (João):

- i) O **João** na plataforma mede o comprimento da plataforma como sendo L_0 ;
- ii) L_0 é o comprimento próprio, pois *João* está em repouso em relação à plataforma;
- iii) *João* mede o intervalo de tempo que o trem percorre a plataforma

$$v = \frac{L_0}{\Delta t}$$

$$L_0 = v\Delta t$$

Não esqueça, a velocidade do trem é próxima a velocidade da luz!

A Relatividade das Distâncias

Em relação ao *observador O'* (Maria)

- iv) Para Maria a plataforma está em movimento (ela está dentro do trem);
- v) Maria pode cronometrar com um único relógio em repouso o intervalo de tempo Δt_0 para medir o início e final da plataforma;
- vi) Para Maria o comprimento da plataforma é L ;

$$L = v\Delta t_0$$

Igualando as duas equações....

A Relatividade das Distâncias

Igualando as duas equações....

$$L_0 = v \Delta t \quad (\text{João}).$$

$$L = v \Delta t_0 \quad (\text{Maria}).$$

Temos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \Delta t_0}{v \Delta t} = \frac{1}{\gamma},$$

e portanto:

$$L = \frac{L_0}{\gamma},$$

Como: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$

↓
Dilatação
do tempo!

Qual das distâncias que é “contraída”????

...E se $v \ll c$, o que acontece?

A Relatividade das Distâncias

CONTRAÇÃO DAS DISTÂNCIAS

Qual das distâncias que é contraída????

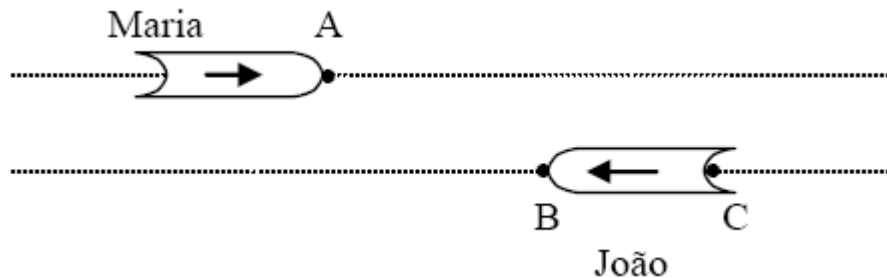
🔑 O comprimento L_0 de um corpo medido no referencial em que o corpo se encontra estacionário é chamado de **comprimento próprio** ou **comprimento de repouso**. O comprimento medido em outro referencial em relação ao qual o corpo está se movendo (na direção da dimensão que está sendo medida) é sempre menor que o comprimento próprio.

$$L = \frac{L_0}{\gamma},$$

Afinal, $\gamma > 1$.

A Relatividade das Distâncias

Exemplo (Halliday) – Duas espaçonaves, cada uma delas com um comprimento próprio $L_0 = 230 \text{ m}$, passam uma pela outra como é indicado na figura. Maria, localizada no ponto A de uma das espaçonaves, mede um intervalo de tempo de $3,57 \mu\text{s}$ para a passagem da outra nave. Qual é o parâmetro da velocidade relativa (β) entre as duas naves? Considere AB como coincidência do ponto A com B (início) e AC como coincidência de A com C (fim).



$$v = \frac{L}{\Delta t_0};$$

$$\beta = \frac{v}{c};$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma};$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

A Transformação de Lorentz

Não é preciso necessariamente partir dos postulados de Einstein para obter as equações da dilatação do tempo e da contração do espaço.

Podemos obter estes resultados através da Transformação de Lorentz!!!

Lorentz havia deduzido estas equações porém, nesta época, não havia nenhuma aplicação na ciência;

...para compreender as transformadas de Lorentz ...

Primeiramente, vamos relembrar as **TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU**

A Transformação de Lorentz

Primeiramente, vamos rever as TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU
(Física pré-relativística)

Esta
velocidade é
baixa!

Situação: Há um *sistema S* parado,
um *sistema S'* em movimento com velocidade v_x e;
ambos analisam um determinado *evento*;

Afirmamos que y, y', z e z' são ortogonais ao movimento, assim temos:

$$y=y' \quad \text{e} \quad z = z'$$

Supomos que $x=x'$ em $t=0$;

...quadro e giz ... Ilustrar a situação ...

A Transformação de Lorentz

TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU

ou Transformadas de Galileu (Física pré-relativística)

$$x' = x - vt \quad (\text{Equações da transformação de Galileu;}$$
$$t' = t \quad \text{aproximadamente válidas para baixas velocidades).$$

$$y = y' \quad \text{e} \quad z = z'$$

Já a transformada inversa é:

$$x = x' + vt'$$
$$y = y' \quad , \quad z = z' \quad \text{e} \quad t = t'.$$

A Transformação de Lorentz

As equações de Lorentz já existiam antes de Einstein desenvolver a teoria da relatividade, mas eram apenas expressões matemáticas sem aplicações a ciência.

Vamos partir das Transformadas de Lorentz para chegar às equações da relatividade de Einstein:

$$\left. \begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt') \\ t &= \gamma(t' + vx'/c^2). \end{aligned} \right\} \text{ Se } c \rightarrow \infty (v \rightarrow 0), \text{ temos que } \gamma \rightarrow 1.$$

$$\beta = \frac{v}{c} \leq 1 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

A Transformação de Lorentz

As equações de Lorentz são:

$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$t = \gamma(t' + vx'/c^2).$$

E as transformadas inversas são:

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

Se chamarmos de:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{e} \quad \Delta t = t_2 - t_1,$$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 \quad \text{e} \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1,$$

Chegamos ao seguinte conjunto de equações ...

A Transformação de Lorentz

As Transformadas de Lorentz são:

As Equações da Transformação de Lorentz para Pares de Eventos

$$1. \Delta x = \gamma(\Delta x' + v \Delta t')$$

$$2. \Delta t = \gamma(\Delta t' + v \Delta x'/c^2)$$

$$1'. \Delta x' = \gamma(\Delta x - v \Delta t)$$

$$2'. \Delta t' = \gamma(\Delta t - v \Delta x/c^2)$$

A Transformação de Lorentz

Consequências das transformadas de Lorentz

Simultaneidade – Se dois eventos ocorrem em locais diferentes em S' , então $\Delta x'$ não é zero;

Já, se dois eventos forem simultâneos em S' , temos que $\Delta t' = 0$;

Porém, esses dois eventos não serão simultâneos no sistema S . Vamos ver

....quadro e giz...

$$\Delta t = \gamma \frac{v \Delta x'}{c^2}$$

Pela Teoria galileana

$$\Delta t = \Delta t'$$

(eventos simultâneos em S').

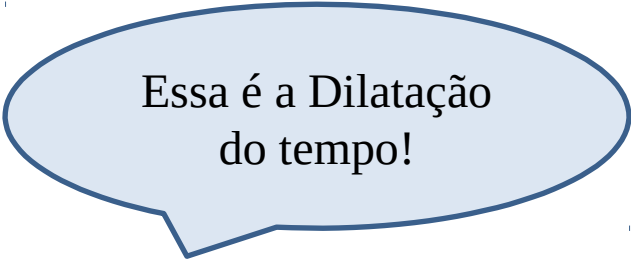
A Transformação de Lorentz

Consequências das transformadas de Lorentz

Dilatação do tempo

-Suponha que dois eventos ocorrem no mesmo local $S' \Rightarrow (\Delta x' = 0)$, mas em instantes diferentes ($\Delta t' \neq 0$);

....quadro e giz...



Essa é a Dilatação do tempo!

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad (\text{eventos no mesmo local em } S').$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (\text{dilatação dos tempos}),$$

A Transformação de Lorentz

Consequências das transformadas de Lorentz

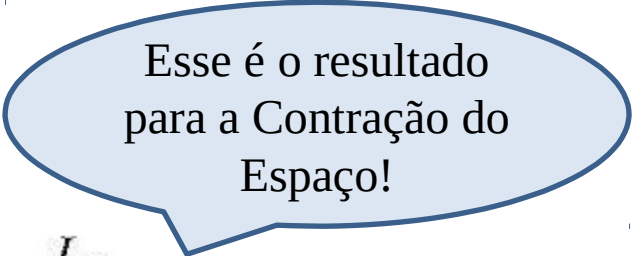
Contração do comprimento

- uma barra paralela ao eixo x/x' está em repouso em relação a S'

- neste caso $\Delta x' = L_0 =$ **comprimento próprio**;

- a barra se move em relação a S , então, $\Delta x = L$;

- medida é feita simultaneamente em S . Mede a barra em movimento no referencial S' , portanto, $\Delta t = 0$;



Esse é o resultado para a Contração do Espaço!

....quadro e giz...

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad (\text{contração das distâncias}),$$

A Transformação das Velocidades

Transformadas das Velocidades

Como temos equações matemáticas que descrevem o movimento de partículas com velocidades próximas (inclusive) a velocidade da luz, podemos determinar também as Transformadas da Velocidade.

Podemos usar as equações de Lorentz para **comparar as velocidades que dois observadores, em diferentes referenciais inerciais S e S' , medem para a mesma partícula em movimento.**

....quadro e giz...

Onde denominamos que:

v = velocidade de S' ;

u = velocidade do corpo em relação à S ;

u' = velocidade do corpo em relação à S' ;

Exemplo

Exemplo 37.8 (Sears)

- a) Uma espaçonave que se afasta da Terra com uma velocidade igual a $0,900c$ dispara uma sonda espacial com um robô com uma velocidade igual a $0,700c$ em relação a espaçonave na mesma direção e no mesmo sentido da velocidade da espaçonave. Qual é a velocidade da sonda espacial em relação à Terra? (R: $0,982c$)
- b) Um ônibus/sonda espacial tenta alcançar a espaçonave se deslocando com velocidade igual a $0,950c$ em relação à Terra. Qual é a velocidade do ônibus em relação à espaçonave? (R: $0,345c$)

Efeito Doppler para a luz ou efeito Doppler Relativístico

O Efeito Doppler para a Luz

Vamos analisar o Efeito Doppler para Ondas Eletromagnéticas (Efeito Doppler para a luz)

Para **Ondas Mecânicas** o Efeito Doppler trata-se da dependência da frequência com as velocidades da fonte em relação ao ar (ou meio de propagação) e do detector em relação ao ar (ou meio de propagação).

Ondas Eletromagnéticas não precisam de um meio material para se propagar ...

Neste caso, **o Efeito Doppler para ondas Eletromagnéticas depende apenas da velocidade relativa entre a fonte e o detector!**

O Efeito Doppler para a Luz

f_0 = frequência própria da fonte \Rightarrow frequência medida por um observador que está em repouso em relação à fonte;

f = Frequência medida por um observador que está em movimento com velocidade u em relação à fonte;

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \Rightarrow \text{fonte e detector se } \mathbf{AFASTANDO}$$

Se o observador está se **APROXIMANDO** da fonte, simplesmente substituímos β por $(-\beta)$, pois:

$$\beta = \frac{v}{c};$$

O Efeito Doppler para a Luz

Se $\beta \ll 1$ ($v \ll c$) a raiz quadrada da equação pode ser expandida em uma série de potências de β

$$f = f_0 \left(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2 \right) \quad (\text{fonte e detector se afastando, } \beta \ll 1)$$

-Neste expansão, os dois primeiros termos são termos já existentes para a equação de ondas mecânicas.

-Já o terceiro termo β^2 manifesta o efeito relativístico do Efeito Doppler!

O Efeito Doppler para a Luz

Aplicação

Radares para medir velocidade – utiliza o efeito Doppler para medir a velocidade v dos automóveis

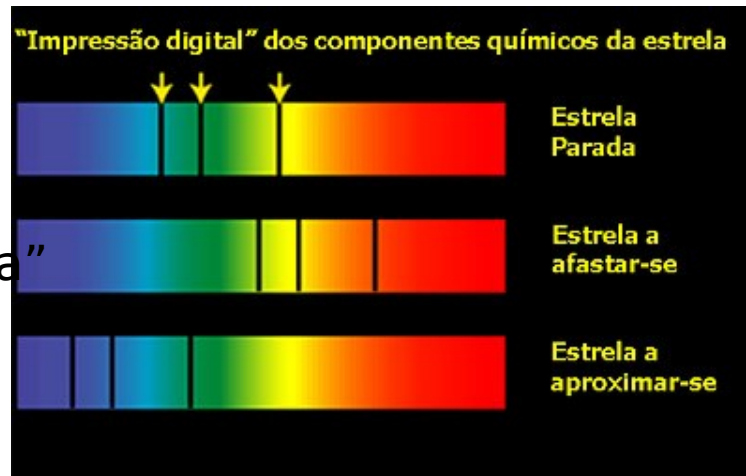
- radar emite um feixe de microondas com frequência f_0 (existem radares que funcionam em outras faixas de frequência);
- o carro reflete o feixe, que é captado pelo detector do radar;
- por causa do efeito Doppler, $f_{recebida} > f_0$;

Obs.: neste processo o Efeito Doppler precisa ser analisado em duas etapas. Radar emissor/carro e carro/radar detector.

$$v = \frac{c}{2f_0} (f - f_0)$$

Vimos esta figura quando falamos de espectroscopia ...agora vamos analisar do ponto de vista do Efeito Doppler em onda eletromagnéticas!

Ilustração “genérica”



http://www.portaldoastronomo.org/tema_pag.php?id=7&pag=3

Relatividade Geral

Antes de falarmos sobre a Relatividade Geral ...vamos lembrar que:

- Como já mencionado anteriormente: os novos princípios de relatividade chegam a atingir as bases que já estudamos sobre a mecânica clássica (mecânica Newtoniana);
- Num primeiro momento pode-se pensar que a “Relatividade de Einstein” destruiu os fundamentos da mecânica clássica. Mas isso não é verdade. Os conceitos da mecânica Newtoniana não estão errados, mas estão apenas incompletos e acabam sendo uma aproximação dos resultados de relatividade quando a velocidade dos corpos estudados é muito baixa.

Relatividade Geral

- Quando nos referimos à Relatividade Restrita → esta é válida para sistemas de referencias inerciais;
- Quando nos referimos à Relatividade Geral → esta é válida para sistemas de referencias não-inerciais (sistemas acelerados);

Relatividade Geral

Alguns dos efeitos interessantes previstos pela relatividade geral, são:

i) o tempo é alterado pela gravidade → um relógio na presença da gravidade “gira” mais devagar do que outro localizado numa região onde a gravidade é desprezível;

- consequência → a frequência de emissão dos átomos na presença de um forte campo gravitacional são mudadas para frequências mais baixas do que quanto este encontra-se em um campo gravitacional mais fraco (“mudança para o vermelho” → experimento proposto por Einstein)

Relatividade Geral

Alguns dos efeitos interessantes previstos pela relatividade geral, são:

ii) a curvatura do espaço-tempo → a curvatura do espaço-tempo substitui inteiramente a teoria da gravidade de Newton. A presença de uma massa causa uma curvatura do espaço-tempo em torno da massa e esta curvatura dita o caminho no espaço-tempo que todas as partículas com movimento livre devem percorrer (Fonte: Serway);



Medidas deste experimento foram feitas no Brasil (29 de maio de 1919)

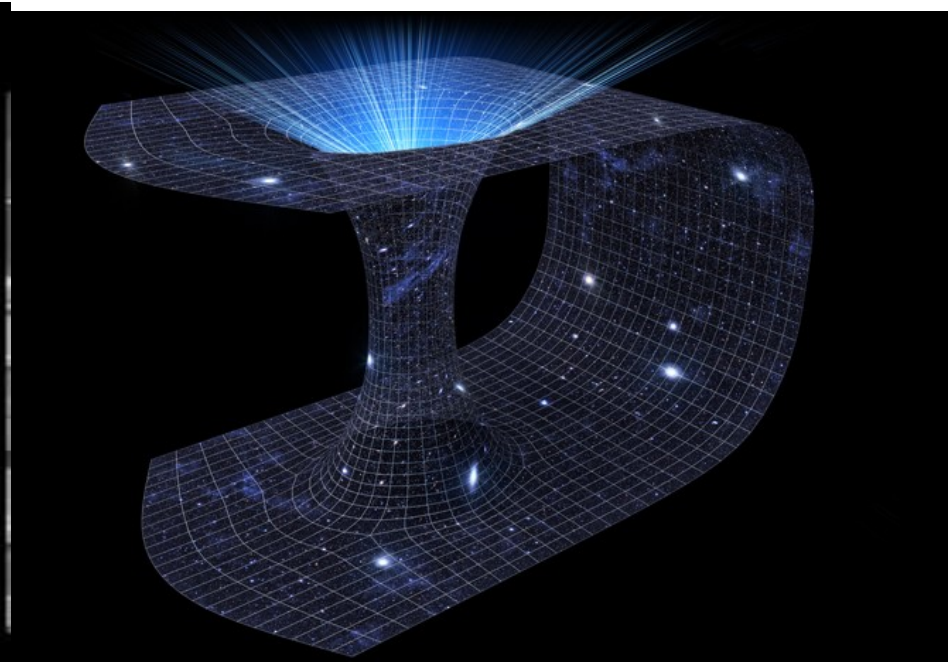
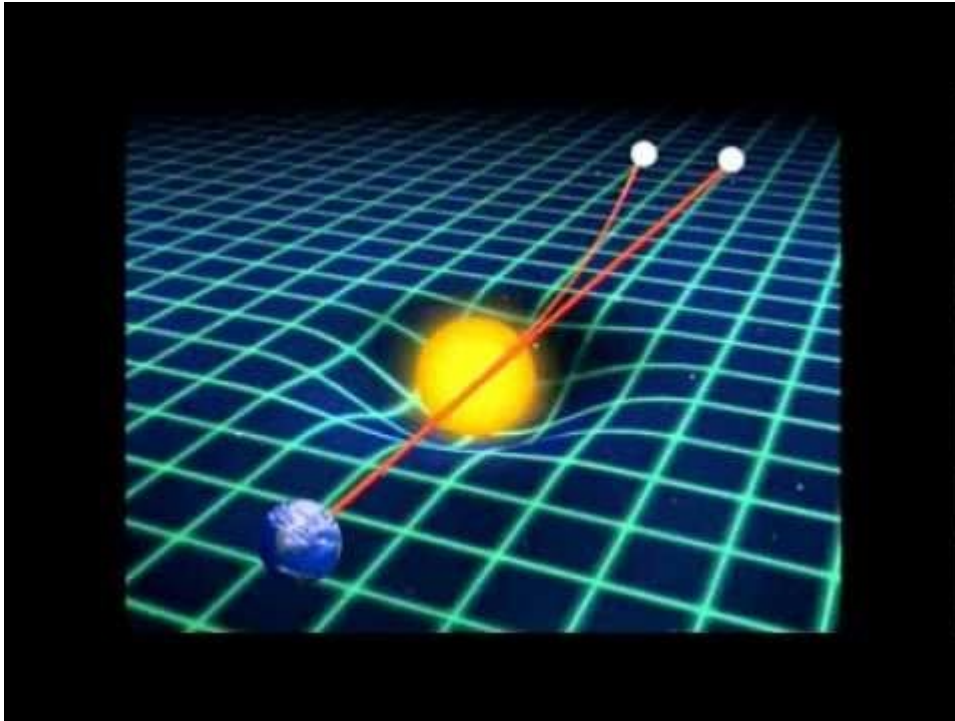
Veja: https://www.youtube.com/watch?v=b-_czDQhcKo

Profa. Keli F. Seidel

Relatividade Geral

Alguns dos efeitos interessantes previstos pela relatividade geral, são:

ii) a curvatura do espaço-tempo →



Veja: https://www.youtube.com/watch?v=b-_czDQhcKo

Relatividade Geral

Sugestão para o final de semana...
Assista o filme “Interestelar”