

Determinação da resistividade elétrica do Constantan

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Curitiba

Departamento Acadêmico de Física

Física Experimental – Eletricidade

Prof. Ricardo Canute Kamikawachi

Objetivo: Determinar experimentalmente a resistividade elétrica do Constantan.

Conteúdos: Incertezas aleatórias, incertezas instrumentais e propagação de incertezas.

1. Procedimento

Passe o fio de constantan pelos dois suportes isoladores, utilize o orifício que possui o parafuso e prenda o fio utilizando o parafuso. Faça essa montagem de forma que a distância L entre eles, figura 1, seja de aproximadamente 30 cm. Com uma trena meça a distância entre eles e com um micrômetro meça o diâmetro do fio em cinco pontos diferente, a leitura com comprimento do fio deve ser feita medindo a distância centro a centro dos orifícios que se localizam na parte superior dos isoladores. Esta medida pode apresentar oscilações devido a sua subjetividade, ao correto alinhamento dos isoladores e devido à tensão mecânica sobre o fio, portanto repita esta leitura cinco vezes para cada comprimento. Utilizando um multímetro na função ohmímetro (escala 200 Ω) meça a resistência desse trecho, para isso conecte o multímetro ao suporte utilizando cabos banana-banana e os orifícios do suporte (antes de iniciar a medida curto circuite as pontas de prova e verifique o valor mostrado, ele deverá ser subtraído de cada leitura). Você irá observar que o valor da resistência não oscila, portanto basta uma leitura desta grandeza. Aumente o comprimento do fio de uma distância de aproximadamente 10 cm e repita o procedimento até que se obtenham dados para cinco comprimentos diferentes.

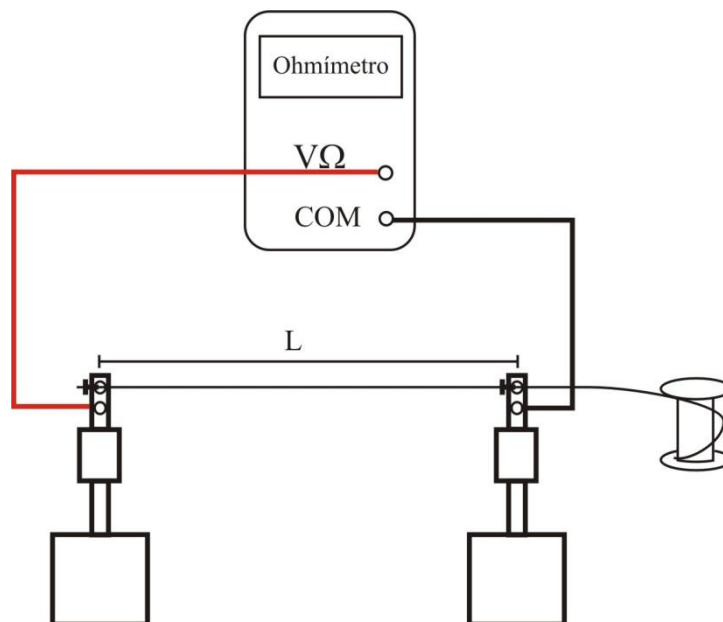


Figura 1. Montagem experimental utilizada para determinar a resistividade elétrica do constantan.

2. Análise de dados

Para facilitar o tratamento de dados (cálculo de médias e incertezas) crie mais duas tabelas no SCIDAVIS. Na tabela 1 são organizados os dados comprimento médio (coluna 1), resistência (coluna 2), incerteza do comprimento (coluna 3) e incerteza da resistência (coluna4). Na tabela 2 serão organizados os dados obtidos nas medidas do comprimento e do diâmetro, coloque os dados das cinco medidas do primeiro comprimento na coluna 1, do segundo comprimento na coluna 2 e assim por diante até o quinto comprimento, insira os dados do diâmetro na coluna 6. A tabela 3 será utilizada para calcular a incerteza combinada do comprimento (instrumental e aleatória) e será abordada mais a frente.

Após completar a Tabela 2 selecione todos os dados e selecione a opção “statistics on columns”, figura 2.

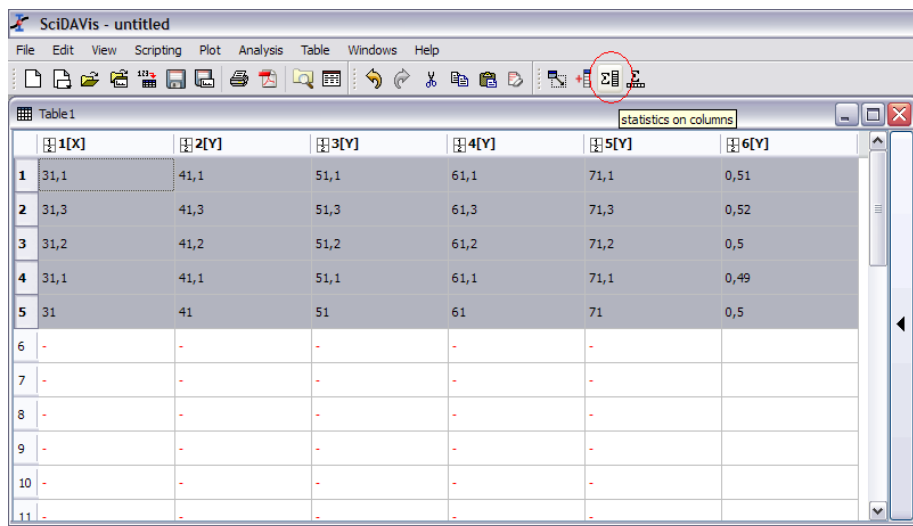


Figura 2. Montagem Botão de atalho para análise estatística.

Após selecionar esta opção uma nova tabela irá surgir com os resultados da análise estatística dos dados figura 3.

The screenshot shows the "Table1-ColStats - Column Statistics of Table1" window in SciDAVis. It displays the following statistical data:

	Col[X]	Rows[Y]	Mean[Y]	StandardDev[Y]	Variance[Y]	Sum[Y]
1	1	[1:29]	31,14	0,114018	0,013	155,7
2	2	[1:30]	35,95	12,7133	161,627	215,7
3	3	[1:30]	45,95	12,7133	161,627	275,7
4	4	[1:30]	55,95	12,7133	161,627	335,7
5	5	[1:30]	65,95	12,7133	161,627	395,7
6	6	[1:5]	0,504	0,0114018	0,00013	2,52

Figura 3. Resultados da análise estatística.

As linhas 1-5 da terceira coluna (Mean) da tabela “Table 1-ColStats” contém os valores médios dos comprimentos. Copie esses valores e cole na coluna 1 da Tabela 1. As linhas 1-5 da quarta coluna (StandardDev) contém os valores do desvio padrão das medidas de comprimento. Esses valores serão utilizados para calcular a incerteza total nas medidas de comprimento, copie esses valores e cole na coluna 1 da tabela 3.

As incertezas nos valores de comprimento e diâmetro devem ser obtidas somando a incerteza instrumental (limite de erro de calibração LEC) e a incerteza aleatória, que deverá ser obtida através de distribuição *t* de Student. A distribuição *t* de Student é o método mais adequado para os casos em que o número de amostras é pequeno ($N < 30$). Neste caso a incerteza aleatória é então dada pela equação (1):

$$\sigma_{aleatória} = t_{\alpha}(f) \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (1)$$

onde σ é o desvio padrão, N é o número de medidas e $t_{\alpha}(f)$ é o fator de correção, onde f é o número de graus de liberdade ($f = N - 1$) e α é o fator de confiança. Para um fator de confiança de 90% ($\alpha = 0,9$) e $N = 5$ o fator de correção é igual a $t_{\alpha}(f) = 2,13$, outros valores podem ser encontrados na tabela I.

Utilizando o SCIDAVis para calcular a incerteza aleatória a partir do desvio padrão dos comprimentos selecione a coluna 2 da tabela 3 e na aba fórmula escreva a seguinte expressão:

$$2.13 * col("1") / sqrt(5) \quad (2)$$

A incerteza combinada que é a soma das incertezas instrumental e aleatória será:

$$\sigma_{combinada} = \sqrt{\sigma_{instrumental}^2 + \sigma_{aleatória}^2} \quad (3)$$

Selecione a terceira coluna da tabela 3 e na aba fórmula escreva a seguinte expressão:

$$sqrt(0.05^2 + col("2")^2) \quad (4)$$

Note que a incerteza instrumental da trena (0,05) está em centímetros, verifique se os dados também estão em cm.

A incerteza na medida da resistência deve ser obtida a partir das especificações do equipamento seguindo o procedimento discutido na aula anterior.

Tabela I. Valores do fator $t_{\alpha}(f)$ para diferentes graus de liberdade e fatores de confiança

f	α				
	0,5	0,7	0,9	0,95	0,99
1	1,00	1,96	6,31	12,71	63,66
2	0,82	1,34	2,92	4,30	9,92
3	0,76	1,25	2,35	3,18	5,84
4	0,74	1,19	2,13	2,78	4,60
5	0,73	1,16	2,01	2,57	4,03
6	0,72	1,13	1,94	2,45	3,71
7	0,71	1,12	1,89	2,36	3,50
8	0,71	1,11	1,86	2,31	3,35
9	0,70	1,10	1,83	2,26	3,25
10	0,70	1,09	1,81	2,23	3,17

Após a determinação das incertezas nas medidas de comprimento gere o gráfico que mostra a resistência em função do comprimento e ajuste uma reta sobre os dados experimentais. Transfira as incertezas do eixo x para o eixo y e obtenha os novos coeficientes do ajuste. Analisando o modelo teórico:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (5)$$

onde L é o comprimento e A é a área da seção reta do fio, com o modelo do ajuste vemos que o coeficiente angular da reta ajustada é igual à razão entre a resistividade e a área da seção transversal. Para determinar a resistividade elétrica do Constantan, será necessário calcular o produto entre área da seção transversal (A) do fio e o coeficiente angular da reta ajustada (a). Como tanto a área como o coeficiente angular são representados como suas respectivas incertezas essas operações devem considerar a propagação das incertezas. Quando realizamos operações com dois ou mais resultados experimentais sendo expresso com suas incertezas o resultado dessas operações também terão uma incerteza que deverá ser calculada através da técnica de propagação de incertezas. Se f é a grandeza a ser determinada a partir dos valores de entrada $(x \pm \sigma_x)$, $(y \pm \sigma_y)$, $(z \pm \sigma_z)$, ... $(n \pm \sigma_n)$, então σ_f será:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2} \quad (6)$$

Portanto se considerarmos a área da seção transversal do fio como sendo circular temos:

$$A = \pi r^2 \quad (7)$$

e como o único valor de entrada é r , temos

$$\sigma_A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)^2 \sigma_r^2} \quad (8)$$

onde σ_r é a incerteza combinada do raio (instrumental e aleatória). Note que no cálculo da área temos uma constante (π) multiplicada por uma quantidade expressa com sua incerteza, o que também ocorre no cálculo do raio, onde o diâmetro é dividido por 2. Quando uma quantidade expressa com sua incerteza é multiplicada (ou dividida) por uma constante, o erro é igualmente multiplicado ou dividido pela mesma constante.

Como resultado desta mesma discussão tem-se para a resistividade:

$$\rho = a \cdot A \quad (9)$$

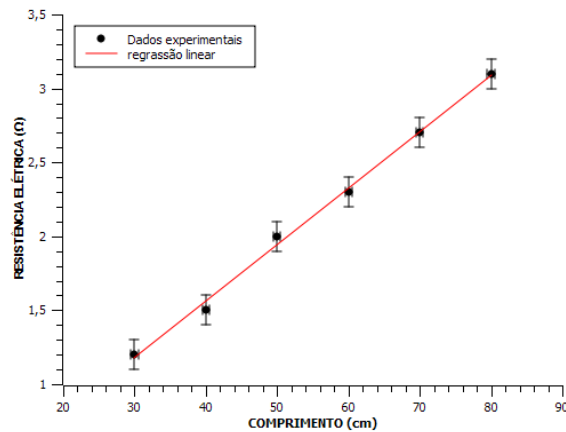
e

$$\sigma_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial A}\right)^2 \sigma_A^2} \quad (10)$$

Após calcular o valor da resistividade do Constantan determine o erro relativo entre o valor obtido e o valor tabelado de $4,9 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$.

Exercícios

1. A figura abaixo é o resultado da análise dos dados que mostram a dependência da resistência elétrica do Constantan em função do seu comprimento. Calcule e expresse corretamente o valor da resistividade elétrica do Constantan, sabendo que o fio utilizado no experimento possuía um diâmetro de 0,25 mm, medido com um paquímetro de resolução igual a 0,05 mm. As medidas de comprimento foram realizadas com uma trena milimetrada e a escala do ohmímetro utilizada foi a de 200 Ω , que possui uma precisão de $\pm(0,8\%+5D)$ e resolução de 0,1 Ω . Mostre os cálculos detalhadamente.



[21/7/2014 09:46:06 Gráfico: "Gráfico1"]

Regressão linear ajuste do conjunto de dados: Tabela1_2, usando função: $A*x+B$

Erros padrão em Y: Conjunto de dados associado (Tabela1_3)

De $x = 30$ a $x = 80$

B (interceptação em y) = 0,0542857142857143 +/- 0,137667646716216

A (inclinação) = 0,362857142857143 +/- 0,01239045721866879

Chi²/doF = 0,271428571428571

R² = 0,995310089478556

Figura 2. Resultados da regressão linear sobre os dados experimentais.

2. Durante uma medida obteve-se os seguintes valores de uma grandeza física medida sob as mesmas condições: 0,12, 0,11, 0,11 e 0,13. Calcule a incerteza aleatória considerando um fator de confiança de 0,95.